İŞÇİ ~ HAVUZ PROBLEMLERİ

Birinci işçi bir işi a saatte
İkinci işçi aynı işi b saatte
Üçüncü işçi aynı işi c saatte yapıyor.

• Birinci işçi x saat, ikinci işçi y saat çalışarak işin

$(\frac{1}{a}).x+(\frac{1}{b}).y$ lik kısmını yaparlar.

• Birinci işçi x saat, ikinci işçi y saat çalışarak işi bitiriyorsa

$(\frac{1}{a}).x+(\frac{1}{b}).y=1$

• Birinci işçi x saat, ikinci işçi y saat çalışarak işin $\frac{3}{5}$ lük kısmını yapıyorlarsa

$(\frac{1}{a}).x+(\frac{1}{b}).y=\frac{3}{5}$

• Birinci ve ikinci işçi birlikte x saat çalışarak işi bitiriyorsa

$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}).x=1$

• Birinci, ikinci ve üçüncü işçi birlikte x saatte işi bitiriyorsa

$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}).x=1$

• Birinci, ikinci ve üçüncü işçinin birlikte x saatte yaptığı işi ikinci işçi yalnız başına y saatte yapıyorsa

$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}).x=(\frac{1}{b}).y$

• Birinci, ikinci ve üçüncü işçi birlikte x saat çalıştıktan sonra ikinci ve üçüncü işçi işi bırakıyor, geriye kalan işi birinci işçi y saatte tamamlayarak işi bitiriyorsa

$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}).x+(\frac{1}{a}).y=1$

• Birinci ve ikinci işçi x saat çalıştıktan sonra üçüncü işçide onlara katılıyor ve üçü y saat çalışarak işi bitiriyorsa

$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}).x+(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}).y=1$

:) Eğer zamanlar verilmeyip çalışma hızları verilirse ister zamana çevirip yapabiliriz, istersek hızları kullanarak çözeriz ki bu daha kolaydır.

X : yapılan iş
V : işin yapıldığı hız
t : işin yapıldığı zaman

$X=V.t$

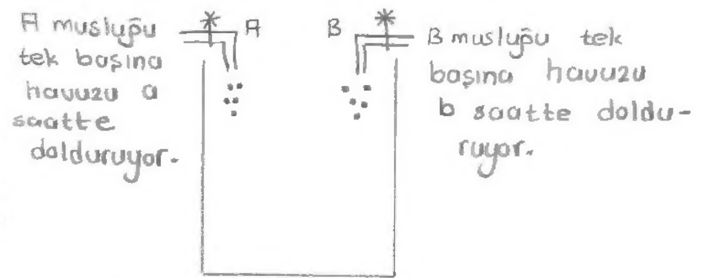
Birinci işçinin hızı : V_1
İkinci işçinin hızı : V_2
Üçüncü işçinin hızı : V_3

Birinci işçi x saat, ikinci işçi y saat çalışarak: $V_1.x+V_2.y$ kadar iş yaparlar.

Üçünün x saatte yaptığını, ikinci işçi y saatte yapıyorsa:

$(V_1+V_2+V_3).x=V_2.y$

• Havuz problemleride, işçi problemleri gibi çözülür. Tek fark boşaltan musluklar eksi alınır.

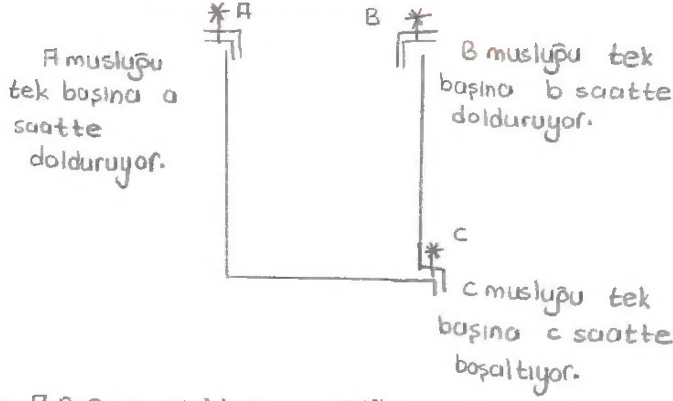


A ve B muslukları birlikte havuzu x saatte dolduruyorsa:

$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}).x=1$

A musluğu x saat, B musluğu y saat açık bırakıldığında havuz doluyorsa:

$(\frac{1}{a}).x+(\frac{1}{b}).y=1$



- A, B, C muslukları birlikte x saatte havuzu dolduruyorsa:

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\cdot x = 1$$

- A, B, C muslukları x saat açık kalırsa havuzun $\frac{3}{5}$ ü doluyorsa:

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\cdot x = \frac{3}{5}$$

1) Melek bir işin tamamını 12 saatte, Sara ise işin tamamını 8 saatte yapmaktadır. İkisi birlikte 3 saat çalışarak işin ne kadarını yaparlar?

$$\left(\underset{(2)}{\frac{1}{12}}+\underset{(3)}{\frac{1}{8}}\right)\cdot 3 = \left(\frac{5}{24}\right)\cdot 3 = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$ ini yaparlar.

2) Bir işi Ali 36 günde yapmaktadır. Aynı işi Ali ile Ahmet birlikte 9 günde yaptığına göre Ahmet bu işi tek başına kaç günde yapar?

Ali → 36

Ahmet → x

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{36}\right)\cdot 9 = 1$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{36}=\frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{x}=\underset{(4)}{\frac{1}{9}}-\frac{1}{36}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{3}{36} \Rightarrow 3x=36$$

$$x=12$$

3) Ayla'nın 5 günde yaptığı işi, Nalan 9 günde yapmaktadır. İkisinin birlikte 9 günde yaptığı işi Ayla tek başına kaç günde yapar?

$$\left(\underset{(9)}{\frac{1}{5}}+\underset{(5)}{\frac{1}{9}}\right)\cdot 9 = \left(\underset{(9)}{\frac{1}{5}}\right)\cdot x$$

$$\left(\frac{14}{45}\right)\cdot 9 = \left(\frac{9}{45}\right)\cdot x \Rightarrow x=14$$

4) Bir işi Hasan 24 saatte, Ahmet ise 16 saatte yapmaktadır. Buna göre ikisi birlikte aynı işin $\frac{5}{6}$ ini kaç saatte bitirirler?

$$\left(\underset{(2)}{\frac{1}{24}}+\underset{(3)}{\frac{1}{16}}\right)\cdot x = \underset{(8)}{\frac{5}{6}} \Rightarrow \left(\frac{5}{48}\right)\cdot x = \frac{40}{48}$$

$$\Rightarrow x=8$$

5) Üç işçinin çalışma hızları sırasıyla 3, 4, 5 ile orantılıdır. Bu üç işçinin 10 günde yaptığı işi birinci işçi kaç günde yapar?

I	II	III
3v	4v	5v

$$(3v+4v+5v)\cdot 10 = 3v\cdot x$$

$$12v\cdot 10 = 3v\cdot x$$

$$\Rightarrow x=40$$ günde yapar.

6) A, B, C muslukları boş havuzu sırasıyla 8, 12, 24 saatte doldurmaktadır. A musluğu 2 saat, B musluğu 4 saat ve C musluğu 3 saat açık kalırsa havuzun kaçta kaçı dolar?

$$\left(\frac{1}{8}\right)\cdot 2 + \left(\frac{1}{12}\right)\cdot 4 + \left(\frac{1}{24}\right)\cdot 3$$

$$= \underset{(3)}{\frac{2}{8}} + \underset{(2)}{\frac{4}{12}} + \frac{3}{24}$$

$$= \frac{6+8+3}{24} = \frac{17}{24}$$ lik kısmı dolar.

7) Ahmet bir işi x günde, mehmet ise aynı işi $\frac{x}{2}$ günde tamamlıyor. Ahmet ve mehmet bu işi birlikte 4 günde bitirebiliyor.
Mehmet tek başına kaç günde tamamlar?

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{\frac{x}{2}}\right).4=1$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{x}=\frac{1}{4} \Rightarrow x=12$$

$$\text{Mehmet}=\frac{x}{2}=6$$

8) Üç işçi bir işi 1 günde tamamlıyor. Aynı işi birincisi yalnız başına 2 günde, ikincisi 3 günde bitirdiğine göre üçüncüsü kaç günde bitirir?

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{x}\right).1=1$$

$$\frac{1}{x}=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{6-3-2}{6}=\frac{1}{6} \Rightarrow x=6$$

9) Bir havuzu açılan iki musluktan birincisi havuzun tamamını a saatte, ikincisi havuzun tamamını $\frac{2a}{3}$ saatte doldurmaktadır.
Bu havuzun tamamını muslukların ikisi birlikte 6 saatte doldurabildiğine göre ikinci musluk tek başına kaç saatte doldurur?

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\frac{2a}{3}}\right).6=1$$

$$\underset{(2)}{\frac{1}{a}}+\frac{3}{2a}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{2a}=\frac{1}{6} \Rightarrow 2a=30$$

$$a=15$$

Birinci musluk : $a=15$

İkinci musluk : $\frac{2a}{3}=\frac{2.15}{3}=\frac{30}{3}=10$ sa.

10) Murat bir işin $\frac{3}{5}$ ünü 6 günde, Ayhan aynı işin $\frac{1}{5}$ ini 3 günde yapmaktadır.
Buna göre ikisi birlikte çalışarak bu işi kaç günde yaparlar?

Murat işin tamamını = 10 günde
Ayhan işin tamamını = 15 günde

$$\left(\underset{(3)}{\frac{1}{10}}+\underset{(2)}{\frac{1}{15}}\right).x=1 \Rightarrow \frac{5x}{30}=1 \Rightarrow x=6$$

11) Bir musluk boş havuzu dipteki musluk kapalı iken 8 saatte, açık iken 12 saatte dolduruyor.
Buna göre dipteki musluk dolu havuzu kaç saatte boşaltır?

$$\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{x}\right).12=1$$

$$\frac{1}{8}-\frac{1}{x}=\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{x}=\underset{(3)}{\frac{1}{8}}-\underset{(2)}{\frac{1}{12}}=\frac{1}{24} \Rightarrow x=24$$

12) İki musluktan biri, diğerinin 3 katı hızla akmaktadır. Beraber bir havuzu 9 saatte doldurabildiklerine göre hızlı olan musluk tek başına kaç saatte doldurur?

Yavaş : V
Hızlı : 3V

$$(V+3V).9=3V.t$$
$$36V=3V.t$$
$$\Rightarrow t=12$$

13) Üç işçi belli bir işi sırasıyla x, y, z günde bitirebilmektedir. Üçü birden aynı işi 24 günde bitirebildiğine ve x, y, z arasında $x<y<z$ bağıntısı bulunduğuna göre z aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 25 B) 48 C) 52 D) 72 E) 73

$x<y<z$ ifadesinde $x=y=z$ olsaydı

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right).24=1$$

$$\left(\frac{3}{z}\right).24=1 \Rightarrow z=72 \text{ olurdu.}$$

$x<y<z$ olduğundan 72 ve 72 den küçük olamayacağı için $z=73$ olabilir.

14) Bir musluk boş bir havuzu 12 saatte doldurmaktadır. Musluklardan birim zamanda akan su miktarı %20 azaltılırsa boş havuz kaç saatte dolar?

$100V \cdot 12 = 80V \cdot X$

$\Rightarrow X = \frac{100 \cdot 12}{80} = \frac{30}{2} = 15$

15) Bir işi 5 kadın işçi 20 günde, 5 erkek işçi ise 30 günde bitiriyor. Buna göre 2 kadın ve 2 erkek işçi aynı işi birlikte kaç günde bitirir?

5 kadın ⟶ 20 günde
2 kadın ⟶ X

$2X = 100$
$X = 50$

5 erkek ⟶ 30 günde
2 erkek ⟶ y günde

$2y = 150$
$y = 75$

$\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{75}\right) \cdot t = 1 \Rightarrow 5t = 150$
(3) (2)
$t = 30$

16) Bir işi 4 usta 6 saatte, 2 çırak 6 saatte bitiriyor. Buna göre 1 usta ve 1 çırak birlikte kaç saatte bitirir?

4 usta ⟶ 6 saat
1 usta ⟶ X saat

$X = 24$

2 çırak ⟶ 6 saat
1 çırak ⟶ y saat

$y = 12$

$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24}\right) \cdot X = 1$
(2)

$\frac{3X}{24} = 1 \Rightarrow 3X = 24$
$X = 8$

17) Aylin ile Meltem bir işi birlikte 8 günde bitirebilmektedir. Aylin 4 gün, Meltem 3 gün çalıştığında işin $\frac{5}{12}$'i bittiğine göre Aylin işin tamamını kaç günde yapar?

Aylin ⟶ x
Meltem ⟶ y

$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 8 = 1 \Rightarrow {}^{-3/}\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$

$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{5}{12}$

$-\frac{3}{x} - \frac{3}{y} = -\frac{3}{8}$
$+\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{5}{12}$

$\frac{1}{x} = \frac{-3}{8} + \frac{5}{12}$
(3) (2)

$\frac{1}{x} = \frac{1}{24} \Rightarrow x = 24$

18) Hasan ile Ali bir işi birlikte 9 günde tamamlıyorlar. İkisi beraber 6 gün çalıştıktan sonra Hasan işi bırakıyor. Kalan işi Ali 4 günde tamamlıyorsa Hasan bu işi tek başına kaç günde tamamlar?

Hasan ⟶ x
Ali ⟶ y

$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 9 = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9}$

$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 6 + \left(\frac{1}{y}\right) \cdot 4 = 1$

$\frac{1}{9}$ olduğu biliniyor.

$\frac{6}{9} + \frac{4}{y} = 1$

$\frac{4}{y} = 1 - \frac{6}{9} = \frac{3}{9} \Rightarrow y = 12$

Bize Hasan'ı sorduğu için $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9}$ denkleminde yerine yazılır.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{12} = \frac{1}{9}$

$\Rightarrow x = 36$

19) Ali ile Burak birlikte çalışarak 10 saatte bitirecekleri işi yapmaya başlıyorlar. İkisi birlikte 4 saat çalıştıktan sonra Ali işi bırakıyor. Geriye kalan işi Burak 9 saatte bitirebildiğine göre bu işin tümünü Ali tek başına kaç saatte bitirir?

Ali → x
Burak → y

$(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}).10 = 1 \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y} = \frac{1}{10}$

$(\underbrace{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}_{1/10}).4 + (\frac{1}{y}).9 = 1$

$\frac{4}{10}+\frac{9}{y} = 1 \Rightarrow \frac{9}{y} = \frac{6}{10} \Rightarrow 6y = 90$, $y = 15$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{15} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{1}{30} \Rightarrow x = 30$
(3) (2)

20) Bir işi Ali tek başına 8 günde, Mehmet tek başına 24 günde yapıyor. İkisi birlikte 3 gün çalıştıktan sonra Mehmet işi bırakıyor ve geriye kalan işi Ali tek başına tamamlıyor. Buna göre bu iş kaç günde bitmiştir?

$(\frac{1}{8}+\frac{1}{24}).3 + (\frac{1}{8}).x = 1 \Rightarrow (\frac{4}{24}).3 + \frac{3x}{24} = 1$
(3) (3)

$12+3x = 24$
$3x = 12 \Rightarrow x = 4$

$3+4 = 7$ günde biter.

21) Aslı bir işi tek başına 18 saatte yapmaktadır. Aslı bu işte 3 gün çalıştıktan sonra Aylin'de ona katılıyor ve ikisi birlikte işin geriye kalan kısmını 6 günde tamamlıyorlar. Buna göre Aylin bu işi tek başına kaç günde yapar?

$(\frac{1}{18}).3 + (\frac{1}{18}+\frac{1}{x}).6 = 1$

$\frac{3}{18} + (\frac{1}{18}+\frac{1}{x}).6 = 1 \Rightarrow (\frac{1}{18}+\frac{1}{x}).6 = \frac{15}{18}$

$\frac{1}{18}+\frac{1}{x} = \frac{5}{36} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{5}{36} - \frac{1}{18} = \frac{3}{36}$
(2)

$\Rightarrow x = 12$

22) Özdeş iki musluk birlikte bir havuzu 12 saatte doldurmaktadır. Musluklardan birinin akış hızı $\frac{1}{3}$ oranında azaltılır, diğerinin hızı iki katına çıkarılırsa ikisi birlikte havuzu kaç saatte doldurur?

A → 3V
B → 3V
yapılan iş $= (3V+3V).12 = 72V$

A → 2V
B → 6V
$(2V+6V).t = 72V$
$8V.t = 72V \Rightarrow t = 9$

23) Bir usta 3 günde 2 çift ayakkabı, bir kalfa ise 5 günde 2 çift ayakkabı yapmaktadır. İkisi birlikte 48 çift ayakkabıyı kaç günde yaparlar?

1 usta 3 günde 2 çift
15 günde 10 çift ayakkabı yapar.

1 kalfa 5 günde 2 çift
15 günde 6 çift ayakkabı yapar.

1 usta ve 1 çırak 15 günde 16 çift
x 48 çift

$\Rightarrow x = 45$ günde yapar.

24) İki terziden birincisi 4 günde 8 gömlek, ikincisi 3 günde 5 gömlek dikmektedir. İkisi birlikte 352 gömleği kaç günde dikebilir?

4 günde 8 gömlek
12 günde x
birinci terzi 12 günde 24 gömlek diker.

3 günde 5 gömlek
12 günde y
ikinci terzi 12 günde 20 gömlek diker.

İkisi birlikte 12 günde 44 gömlek
z günde 352 gömlek

$\Rightarrow z = \frac{352.12}{44} = 8.12 = 96$ günde

25) Bir havuzu bir musluk 6 saatte, başka bir musluk 8 saatte dolduruyor. Bu iki musluk kapalı iken havuzun altında bulunan üçüncü musluk dolu havuzu 12 saatte boşaltıyor.
Üç musluk birden açılırsa, boş havuz kaç saatte dolar?

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right)\cdot x=1$$
(4) (3) (2)

$$\frac{5x}{24}=1 \Rightarrow x=\frac{24}{5}$$

26) Özdeş üç musluk 2 şer saat arayla açıldığında havuz 9 saatte dolduğuna göre, 3 er saat arayla açıldığında kaç saatte dolar?

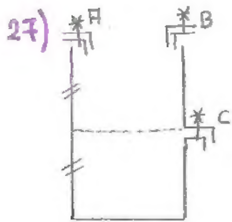
$$\left(\frac{1}{x}\right)\cdot 2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\right)\cdot 2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\right)\cdot 5=1$$

$$\frac{2}{x}+\frac{4}{x}+\frac{15}{x}=1 \Rightarrow x=21$$
1 tanesi 21 saatte doldurur.

$$\left(\frac{1}{21}\right)\cdot 3+\left(\frac{1}{21}+\frac{1}{21}\right)\cdot 3+\left(\frac{1}{21}+\frac{1}{21}+\frac{1}{21}\right)\cdot x=1$$

$$\frac{3}{21}+\frac{6}{21}+\frac{3x}{21}=1 \Rightarrow 9+3x=21$$
$3x=12$
$x=4$

$3+3+4=10$ saatte dolar.

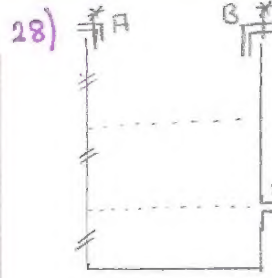
27) 

Şekildeki üç musluk özdeş olup, A musluğu havuzun tamamını 20 saatte doldurmaktadır. Buna göre üç musluk birlikte açılırsa havuz kaç saatte dolar?

Havuzu yarısına kadar A ve B muslukları birlikte doldurur, C musluğunun hiç etkisi yoktur.
$$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}\right)\cdot t_1=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2t_1}{20}=\frac{1}{2} \Rightarrow t_1=5$$

Üstte kalan diğer yarım dolarken C de çalışır.
$$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}-\frac{1}{20}\right)\cdot t_2=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{t_2}{20}=\frac{1}{2} \Rightarrow t_2=10$$

Toplamda $5+10=15$ saatte dolar.

28) 

Şekildeki havuz boş iken A musluğu havuzu 12 saatte, B musluğu havuzu 24 saatte doldurmaktadır. C musluğu ise bulunduğu yere kadar olan kısmı 24 saatte boşaltıyor.
Buna göre üç musluk aynı anda açılırsa havuz kaç saatte dolar?

$\frac{1}{3}$ ini C musluğu çalışmadığı için A ve B muslukları birlikte doldurur.

$$\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{24}\right)\cdot t_1=\frac{1}{3} \Rightarrow 3t_1=8 \Rightarrow t_1=\frac{8}{3}$$
(2) (8)

Üstte kalan $\frac{2}{3}$ lük kısmı dolarken üçüde çalışır. C musluğu $\frac{2}{3}$ sini 24 saatte boşaltıyorsa tamamını 36 saatte boşaltır.

$$\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{24}-\frac{1}{36}\right)\cdot t_2=\frac{2}{3}$$
(6) (3) (2) (24)

$$7t_2=48 \Rightarrow t_2=\frac{48}{7}$$

$$\text{tamamı}=\frac{8}{3}+\frac{48}{7}=\frac{56+144}{21}=\frac{200}{21}$$
(7) (3)

29) A musluğu boş bir havuzu 6 saatte, B musluğu aynı havuzu 2 saatte doldurmaktadır. A dan akan suyun tuz oranı %40 tır. B den ise saf su akmaktadır. İki musluk aynı anda açılıp havuz dolduğunda havuzdaki suyun tuz yüzdesi kaç olur?

A → 6 saat → birim zamanda 2V su akıtır.
B → 2 saat → birim zamanda 6V su akıtır.

Tuz oranı %40, 2V lt.	+	Tuz oranı %0, 6V lt	=	Tuz oranı %X, 8V lt.

$$40.2V+0.6V=8V.X$$
$$80V=8V.X$$
$$\Rightarrow X=10$$